**Статья M001**
**Д:** Коши задача для волнового одномерного однородного уравнения свободных поперечных колебаний однородной бесконечной струны.
|NZPDE0001|

**ЛИТ:**


| | | |
|---|---|---|
| И.Г. Араманович и В.И. Левин | [А1] | с.24-51 |
| В.И. Арнольд | [А4] | с.36-37 |
| В.М. Бабич, М.В. Капилевич, С.Г. Михлин и др. | [Б10] | с.38-43 |
| Л. Берс, Ф. Джон, М. Шехтер | [Б2] | с.16-21 |
| А.В. Бицадзе | [Б3] | с.160-172 |
| В. Вазов, Дж. Форсайт | [В1] | с.24-28 |
| Т.Д. Вентцель, А.Ю. Горицкий, Т.О. Капустина и др. | [В10] | с.26-28 |
| В.С. Владимиров | [В2] | с.221-240 |
| В.С. Владимиров, В.В. Жаринов | [В9] | с.32-36, 167-187 |
| Д.М. Волков | [В3] | с.80-91 |
| С.К. Годунов | [Г4] | с.55-77 |
| Б.П. Демидович, В.П. Моденов | [Д16] | с.201-208 |
| В.Ф. Зайцев, А.Д. Полянин | [З3] | с.331-332 |
| А.М. Колобов, Г.С. Неверов | [К17] | с.61-70 |
| Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов | [К3] | с.56-64, 68-69 |
| В.П. Михайлов | [М11] | с.266-283 |
| Ф.М. Морс и Г. Фешбах | [М10] | с.119-129 |
| О.А. Олейник | [О7] | с.199-215 |
| Ю.С. Очан | [О2] | с.371-380 |
| И.Г. Петровский | [П4] | с.105-111 |
| В.Н. Русак | [Р8] | с.75-79 |
| К.Б.Сабитов | [С25] | с.82-90 |
| В.И. Смирнов | [С16] | с.478-489 |
| С.Л. Соболев | [С7] | с.44-47 |
| Е.Титчмарш | [Т5] | с.374-376 |
| Ф. Трикоми | [Т2] | с.185-195 |
| А.Н. Тихонов и А.А. Самарский | [Т3] | с.23-27, 49-59 |
| М.М. Филоненко-Бордич | [Ф5] | с.76-83 |
| Дж.Н. Шарма, К. Сингх | [Ш7] | с.113-117 |


**МЗД:** Волновое одномерное однородное уравнение |PDE0001|

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad a > 0, \quad t \geq 0, \quad -\infty < x < \infty$$

В данной задаче $a^2 = T_0 / \rho_0$, где $T_0$ - постоянная сила натяжения, $\rho_0$ - постоянная линейная плотность струны.

Начальные условия:

$$u|_{t=0} = u(x,0) = f(x), \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = F(x), \quad -\infty < x < \infty.$$

**<u>РЕШ:</u>** <u>Решение Коши задачи для волнового одномерного однородного уравнения свободных малых поперечных колебаний однородной бесконечной струны</u>. <u>|RPDE0001|</u>

$$u(x,t) = \frac{f(x-at) + f(x+at)}{2} + \frac{1}{2a}\int_{x-at}^{x+at} F(s)ds, \quad t \geq 0, \quad -\infty < x < \infty \qquad (*)$$

Синонимы:

<u>Даламбера решение</u> ($u_{tt} = a^2 u_{xx}$) |SYN0001(RPDE0001)|

<u>Даламбера формула</u> ($u_{tt} = a^2 u_{xx}$) |SYN0002(RPDE0001)|

<u>Эйлера-Даламбера решение</u> ($u_{tt} = a^2 u_{xx}$) |SYN0003(RPDE0001)|

**<u>Мет:</u>** <u>Метод характеристик</u> |MPDE0001|

Синонимы:

<u>Даламбера метод</u> |SYN0004(MPDE0001)|

<u>Распространяющихся волн метод</u> |SYN0005(MPDE0001)|

<u>Теорема ([C25], с. 85-87).</u> Если функции $f(x) \in C^2(-\infty,\infty)$, $F(x) \in C^1(-\infty,\infty)$, то существует единственное и устойчивое решение задачи Коши и решение определяется по формуле (*).

Для волнового одномерного однородного уравнения справедлива

<u>Лемма ([B2], с.238; [B9], с. 185, [A1], с. 33-34).</u> Для того, чтобы функция $u(x,t) \in C^2$ была решением волнового уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ в некоторой области, необходимо и достаточно, чтобы в этой области она имела представление

$u(x,t) = \Theta_1(x-at) + \Theta 2(x+at)$, (**)

где $\Theta_1(\xi)$ и $\Theta_2(\eta)$ - функции класса $C^2$ в соответствующих интервалах изменения переменных $\xi$ и $\eta$.

Общепринятое название выражения (**): <u>Даламбера общее решение |RPDE002|.</u>

Решение Коши задачи (|ZPDE0001|) (см. «МзД:»), (|RPDE0001|) в любой точке $(x,t)$ зависит от значений начальных функций $f(x)$ и $F(x)$ на отрезке $[x-at, x+at]$ (см. (*)).

Формула (*) определяет классическое решение Коши задачи |NZPDE0001|, тем не менее это формула может использоваться для представления т.н. обобщенного решения Коши задачи (Обобщенное решение Коши задачи для волнового одномерного однородного уравнения |RPDE0003|)

Определение ([К3], с. 71-72; [С25], с. 72-73; 87; [С7], с. 298-301; [Б10], с. 18; [П41], с.84-86)

Обобщенным решением Коши задачи для уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad (***)$$

|при начальных условиях $u|_{t=0} = u(x,0) = f_0(x)$, $\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = F_0(x)$ называют функцию $u(x,t)$, являющуюся пределом равномерно схоящейся последовательности решений $u_n(x,t)$ уравнения (***) при начальных словиях $u_n|_{t=0} = u_n(x,0) = f_n(x)$, $\left.\frac{\partial u_n}{\partial t}\right|_{t=0} = \frac{\partial u_n(x,0)}{\partial t} = F_n(x)$, если последовательнось функций $f_n(x)$, имеющих непрерывные вторые производные, сходится равномерно к $f_0(x)$, а последовательность функций $F_n(x)$, имеющих непрерывные первые производные, сходится равномерно к $F_0(x)$.

Определение обобщенного решения Коши задачи дано для уравнения (***) общего характера. Функции $f(x)$ и $F(x)$ могут быть непрерывными.

**Свз:** |NZPDE0001(ZPDE0001)|, |NZPDE0001(RPDE0001)|, |NZPDE0001(PDE0001)|, |RPDE0001(RPDE0002)|, |RPDE0001(NZPDE0001)|, |RPDE0002(ZRPDE0001)|, |NZPDE0001(ZPDE00013)|

**Прим:**

О избыточности информации. Отметим, что авторы используют (при необздимости) сложные словосочетания в качестве дескрипторов для формулировки задач и других понятий предметной области PDE, чтобы обеспечить достаточную информативность, необходимую при работе с электронной версией работы. Специфика здесь заключается в том, что работа пользователя за компьютером обусловлена различными ограничениями. В общем случае это – лимиты временного, экономического, технического и организационного характера. У пользователя экран составляет источник информации, на основе которого он должен принять решение о своих последующих рациональных действиях. Тщ усть, избыточность информации (в определенных рамках) – одно из условий охвата разных категорий пользователей.

Данная работа не является тезаурусом для предметной области PDE, а точнее – для уравнний математической физики, хотя в ней и используются тезаурусные элементы. Принятые в литературе термины представлены здесь и в качестве дескрипторов, и в качестве синонимов, и используются в ключевых словах. Получаем универсальный набор ключевых слов, который может быть использован в различной терминологии при поиске.

Главное здесь – это взаимно-однозначное соответствие:

понятие – дескриптор, дескриптор – синонимы, понятие – синонимы.

Конкретность, как правило, характеризуется тем, что в одном месте некое понятие обозначается термином–дескриптором, а в другом месте – термином-синонимом, хотя терин один и тот же.

Плата за такую универсальность термина – избыточнсть информации, которая компенсируется ее надежностью.

Разумеется, что перечисленные в позиции «Лит:» первоисточники или их аналоги должны быть доступны в электронном варианте всем заинтересованным пользователям. Соответствующие интернетовские адреса должны быть представлены, например, в той же позици «Лит:».

Заканчивая этот пункт, отметим, что тезаурус для некоторой предметной области важнейший ресурс описания как для индексирования документов, так  для поиска. Однако этот ресурс необходимо не только создать в какой-то момент, но и поддерживать его профессионально в актуальном состоянии.

<u>О точности.</u> Формула (*) (см. позицию «Реш:») – точное решение Коши задачи |NZPDE0001|. Однако эта формула является прибилиженным решением задачи |ZPDE0001| хотя бы потому, что при выводе уравнения |PDE0001| были сделаны допущения как физического, так и математического характера.  О точности решения задачи можно судить по результатам анализа допущений и уточненной формулировки (при конкретизации параметров) задачи |ZPDE0001|.

<u>О физической интерпретации</u> решения Коши задачи |NZPDE0001|. Функция $u(x,t)$, определенная формулой (*) ([С25], с. 88-90 и др.) представляет процесс распространения начального отклонения при начальной скорости.