УДК 519.9

О методе динамической декомпозиции синтеза сетей Кирхгофа на графах

В.Ч. Кудаев (НИИ ПМА КБНЦ РАН, г. Нальчик)

Проблема оптимального проектирования сетей по переносу вещества и энергии сводится к задаче минимизации функции $z(v, u, U)$, отражающей затраты на строительство и эксплуатацию сети в течении ряда лет при линейных ограничениях аналогичных уравнениям Кирхгофа для электрической цепи. Векторы $x = (x_1, ..., x_n)$ и $u = (u_1, ..., u_n)$ – искомые значения кинетических (поток) и потенциальных переменных на дугах заданного связного орграфа $\Gamma(B, D)$ моделирующего возможные соединения узлов (вершин) сети друг с другом и с источником сети, U – искомый потенциал источника. Целевая функция вогнута и возрастает по v, выпукла и убывает по u, выпукла и возрастает по U. В связи с такими (выполняющимися на практике) свойствами z задача существенно многоэкстремальна и нуждается в декомпозиции. Экстремальные задачи на геометрических графах обладают свойством характерным для вариационных задач – свойством компактной оптимальности. В данном случае он конкретизируется следующим образом:

1) Оптимальное решение задачи существует. Любое локально-оптимальное решение является базисным по кинетическим переменным, то есть, компоненты потокораспределения отличные от нуля выделяют на $\Gamma(B, D)$ некоторое остовное дерево с корнем в источнике сети.

2) Пусть (v^*, u^*, U^*) – оптимальное решение, а T –соответствующий ему остов. Выделим любую его связную часть T' и построим на ней порожденный T' на $\Gamma(B, D)$ граф $\Gamma(T')$. Обозначим $\bar{v}, \bar{u}$ векторы компоненты которых совпадают с v^*, u^* вне $\Gamma(T')$, а на $\Gamma(T')$ удовлетворяют ограничениям задачи. Тогда

$$z\left(v^*, u^*, U^*\right) \leq z\left(\bar{v}, \bar{u}, U^*\right).$$

Принцип оптимальности сводит проблему оптимизации сети к оптимизации ее малых, специальным образом подбираемых, фрагментов. Способ формирования фрагментов и их структура зависит от ранга искомого оптимума. Назовем p-оптимальным такое базисное решение, которое нельзя улучшить введя в базис не более p новых переменных. С сетевой точки зрения это означает, что полученную сеть нельзя улучшить введя в нее не более чем p новых ветвей и исключив p старых. Разработана САПР 2-оптимальных сетей и с ее помощью запроектированы и функционируют на Юге России десятки высокоэффективных трубопроводных оросительных сетей.